

**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO**



**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**Corso di laurea in Ingegneria Meccanica**

**Tesina del corso di**

**TRASMISSIONE DEL CALORE**

**Docente Prof. Ing. Gennaro Cuccurullo**

**Tesina n.7A**

**Effetti termici del laser nella piegatura dei metalli**

**Allievi:**

**Bevilacqua Ciro, Matr. 165/195**

**Esperto Vitantonio, Matr. 165/202**

## **Tesina n.7/A**

Uno dei tipici utilizzi del laser in ambito meccanico è la piegatura di materiali metallici. Si vuol provare l'efficacia della piegatura allorché il laser colpisce la superficie metallica con intensità variabile nel tempo con legge cosinusoidale. Schematizzando il corpo metallico come un corpo semi-infinito determinare la soluzione periodica stazionaria per il campo di temperatura risultante.

## INTRODUZIONE

Negli ultimi dieci anni è stata messa a punto una nuova e promettente tecnica di formatura delle lamiere il cui principale vantaggio è quello di non richiedere il contatto meccanico tra utensili e lamiera. Tale tecnica sfrutta il riscaldamento e la conseguente deformazione localizzata generata da un fascio laser che investe la superficie della lamiera. Le deformazioni termiche, accoppiate alla riduzione delle proprietà resistenziali del materiale all'aumentare della temperatura, si traducono in una deformazione permanente che causa la piegatura della lamiera. Le principali applicazioni industriali del processo di formatura al laser sono relative alla fase di sviluppo e realizzazione dei prototipi di vari elementi di telai automobilistici, come ad esempio parti strutturali della scocca, portiere, etc. Può essere impiegata sia nel caso di lamine di spessore costante che nel caso di lamine di spessore variabile, sia per materiali fragili che per materiali di elevata durezza.

I vantaggi conseguibili con questa nuova tecnica sono la possibilità di dare origine a strutture tridimensionali complesse, partendo da lamiere piane, senza il ricorso a stampi, e l'integrabilità di questa fase di lavorazione con altre che utilizzino la medesima sorgente laser: taglio, foratura e saldatura. Tale tecnica risulta, quindi, particolarmente vantaggiosa nel caso di realizzazione di prototipi e di produzione di piccole serie.

La piegatura al laser non richiede l'applicazione di forze esterne, ma è ottenuta grazie agli stress termici originati dal riscaldamento altamente localizzato sulla superficie della lamina investita dal fascio. Raggiunto lo snervamento, tali stress inducono delle deformazioni plastiche che, a raffreddamento avvenuto, danno origine alla configurazione finale (Figura 1). L'elevato gradiente di temperatura tra la superficie superiore irradiata e la superficie inferiore provoca un eccesso di dilatazione della superficie irradiata.

Immediatamente dopo il passaggio del fascio laser, quando

cioè il componente ha appena iniziato la fase di raffreddamento, la lamiera si infletterà in direzione opposta alla sorgente laser. Il successivo raffreddamento e ritiro causano una piegatura nella direzione della sorgente, così che la superficie inferiore risulterà sollecitata lievemente in trazione. L'angolo di piegatura così ottenuto dipende strettamente dai parametri di processo, quali potenza, velocità, efficienza, dimensioni dello spot laser, numero di passate, intervallo di tempo tra passate successive e dalle caratteristiche geometriche e di rigidità del componente, come lo spessore della lamina

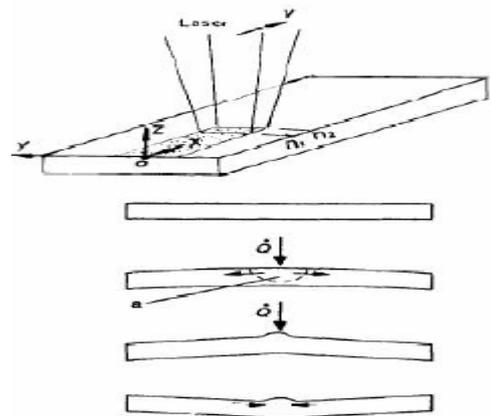
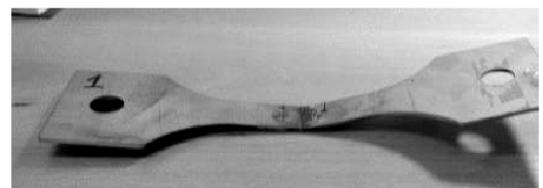


Figura 1



Provino per fatica piegato al laser

## Oggetto

L'oggetto del presente lavoro è individuare il campo di temperatura generato da un laser che irradia una superficie metallica prendendo in considerazione diversi materiali quali argento, alluminio e acciaio che presentano le seguenti proprietà:

Sostanza	$\rho$ [10 <sup>3</sup> g/m <sup>3</sup> ]	c [kJ/kg*K]	k [W/m*K]	a=k/ρ*c [10 <sup>-5</sup> m <sup>2</sup> /s]
Argento (99.9%)	10.525	0.234	407	16.56
Alluminio	2.707	0.896	204	8.418
Acciaio(Cr15%,Ni10%)	7.865	0.460	19	0.527

Il laser ha le seguenti caratteristiche:

potenza max = 70 W

frequenza = 50 Hz

## Modello matematico

Modello di corpo seminfinito;

Corpo omogeneo rispetto a  $\rho$ , c e a parametri costanti (non dipendenti dalla temperatura);

Corpo isotropo rispetto a k che non dipende dalla temperatura;

Assenza di generazione;

Corpo inizialmente a temperatura ambiente pari a 25°C (298.15 K);

Flusso imposto alla parete variabile cosinusoidalmente.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{dT}{dt}$$

$$T(x, 0) = T_i$$

(1)

$$T(\infty, t > 0) = T_i$$

$$-k \frac{dT}{dx}(0, t > 0) = \dot{q} \cos \omega t$$

L'adimensionalizzazione del problema con opportune grandezze di riferimento porge il seguente sistema:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} = \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau}$$

$$\vartheta(\xi, 0) = 0$$

(2)

$$\vartheta(\infty, 0) = 0$$

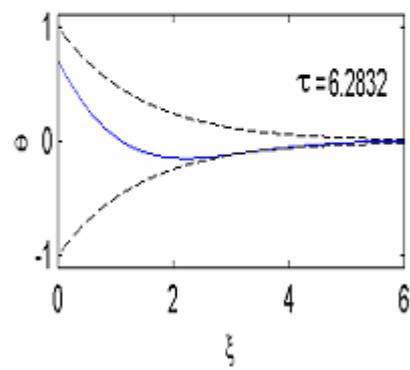
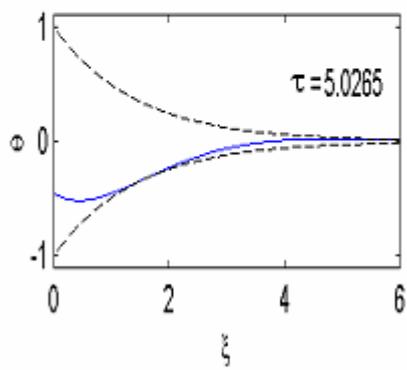
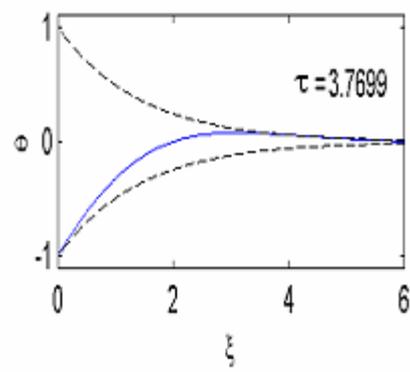
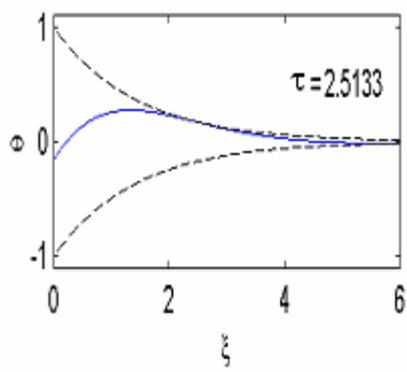
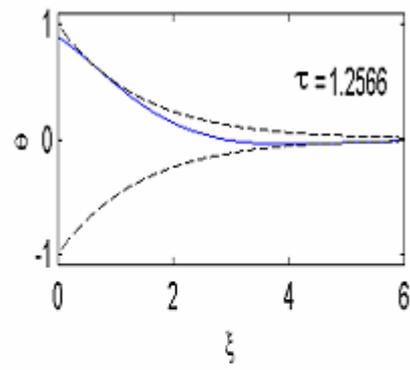
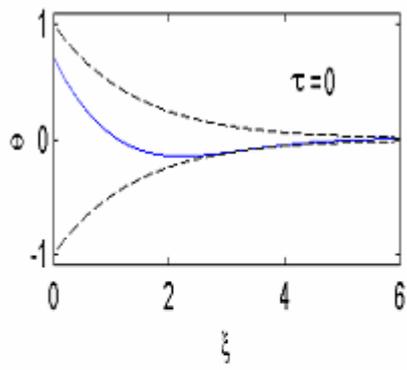
$$-\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi}(0, \tau) = \cos(\tau)$$

Ricerchiamo la soluzione stazionaria di questo problema alle derivate parziali, lineare, a coefficienti costanti, non omogeneo; poiché la condizione al contorno è una condizione armonica per ottenere la soluzione stazionaria del problema ricorriamo al metodo delle combinazioni complesse. Il metodo fornisce un nuovo problema definito sul campo complesso  $\mathbb{C}$ ; la parte reale della funzione soluzione del nuovo problema ottenuto è la soluzione ricercata.

La soluzione del problema (2), presentata in Allegato A, è :

$$\vartheta(\xi, \tau) = \left( \exp - \frac{\sqrt{2}}{2} \xi \right) \cos \left( \tau - \frac{\sqrt{2}}{2} \xi - \frac{\pi}{4} \right) \quad (3)$$

*Andamento della temperatura  $\vartheta$  in funzione della lunghezza  $\xi$  per diversi valori del tempo  $\tau$*



In termini dimensionali il campo di temperatura  $T(x,t)$  è:

$$T(x,t) = T_i + \sqrt{\frac{a}{\omega}} * \dot{q} \left[ \cos \left( \omega t - x \sqrt{\frac{\omega}{2a}} - \frac{\pi}{4} \right) \exp \left( -x \sqrt{\frac{\omega}{2a}} \right) \right] \quad (4)$$

La differenza di temperatura  $T(x,t) - T_i$  è proporzionale alla radice della diffusività, alla densità di flusso, e inversamente proporzionale alla radice della pulsazione del laser. La temperatura varia con legge cosinusoidale di pulsazione  $\omega$  e in ritardo rispetto al  $\cos(\omega t)$  di un angolo proporzionale alla distanza dalla parete.

### Casi particolari

Si specializza ora il risultato ottenuto per i vari materiali succitati:

argento(99.9%)

alluminio

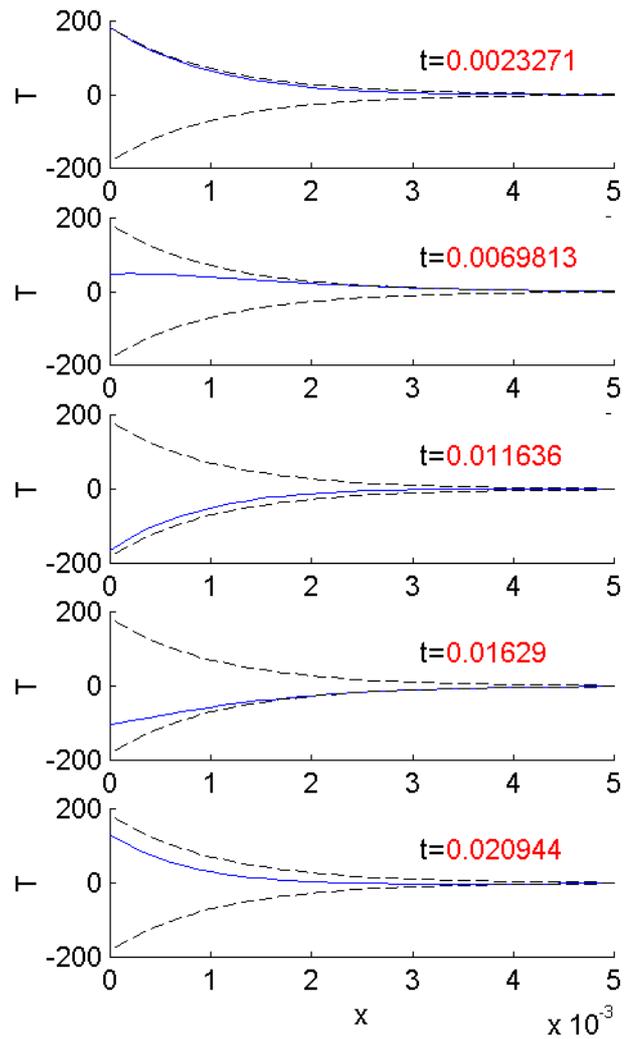
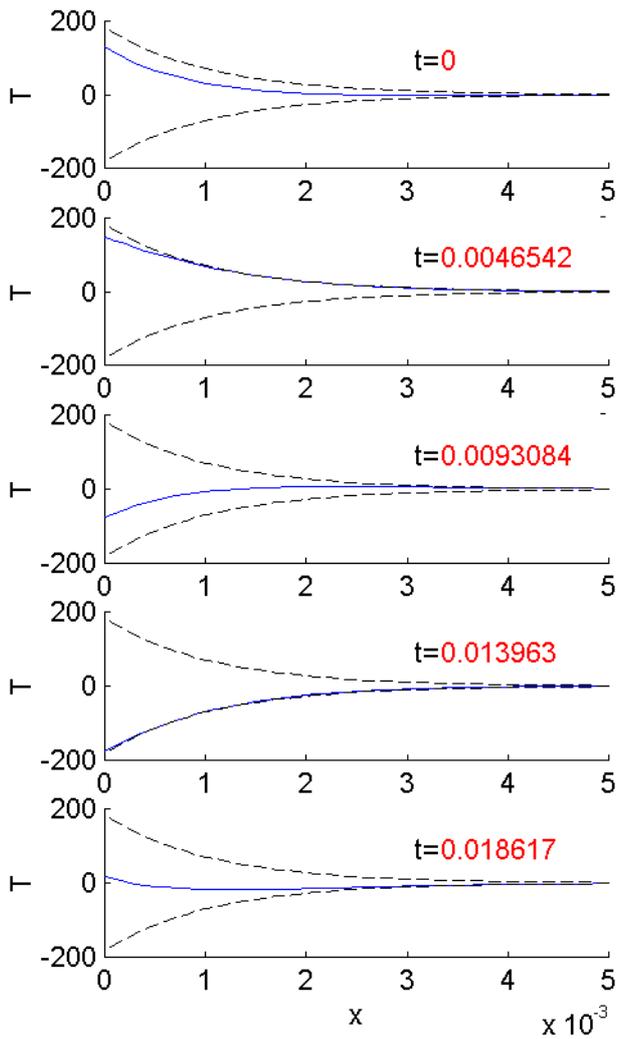
acciaio(Cr 15%,Ni 10%)

Le proprietà dei materiali sono riportate nella seguente tabella:

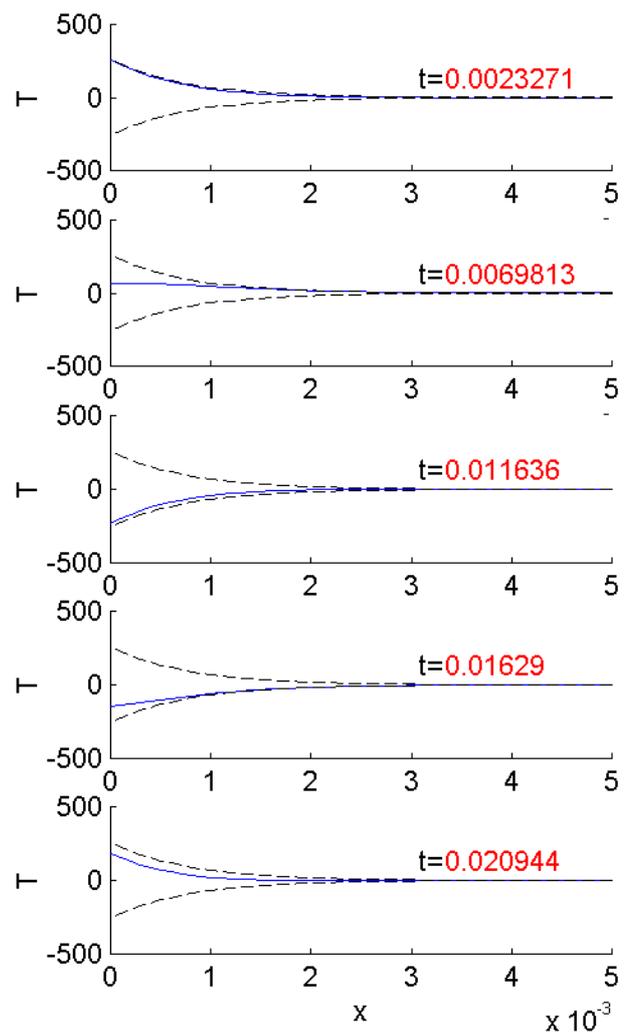
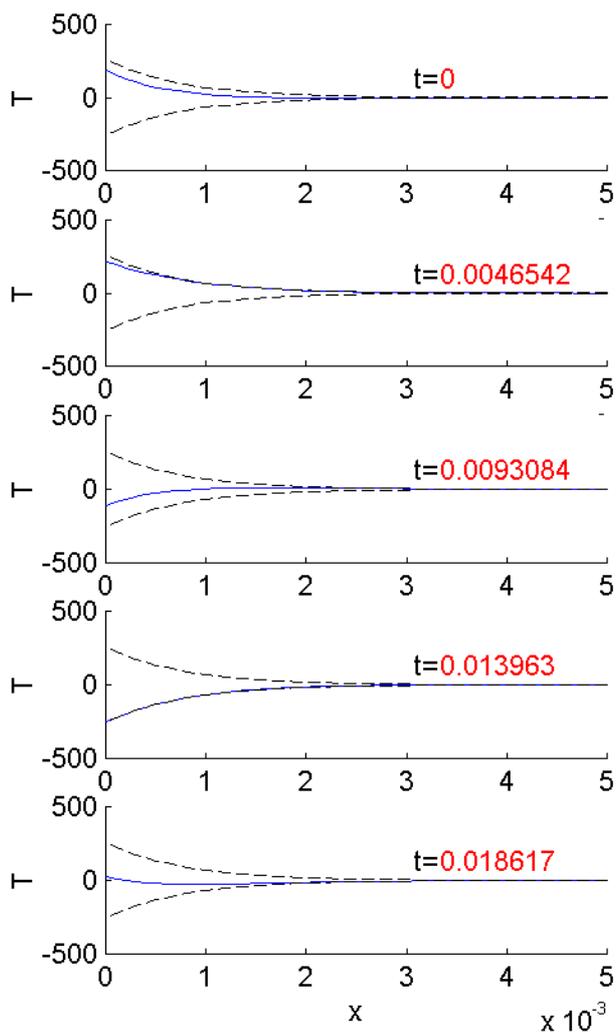
Sostanza	$\rho$ [10 <sup>3</sup> g/m <sup>3</sup> ]	c [kJ/kg*K]	k [W/m*K]	a=k/ $\rho$ *c [10 <sup>-5</sup> m <sup>2</sup> /s]
Argento (99.9%)	10.525	0.234	407	16.56
Alluminio	2.707	0.896	204	8.418
Acciaio(Cr15%,Ni10%)	7.865	0.460	19	0.527

I grafici presentati sono ottenuti con un codice MATLAB® presentato in Allegato B.

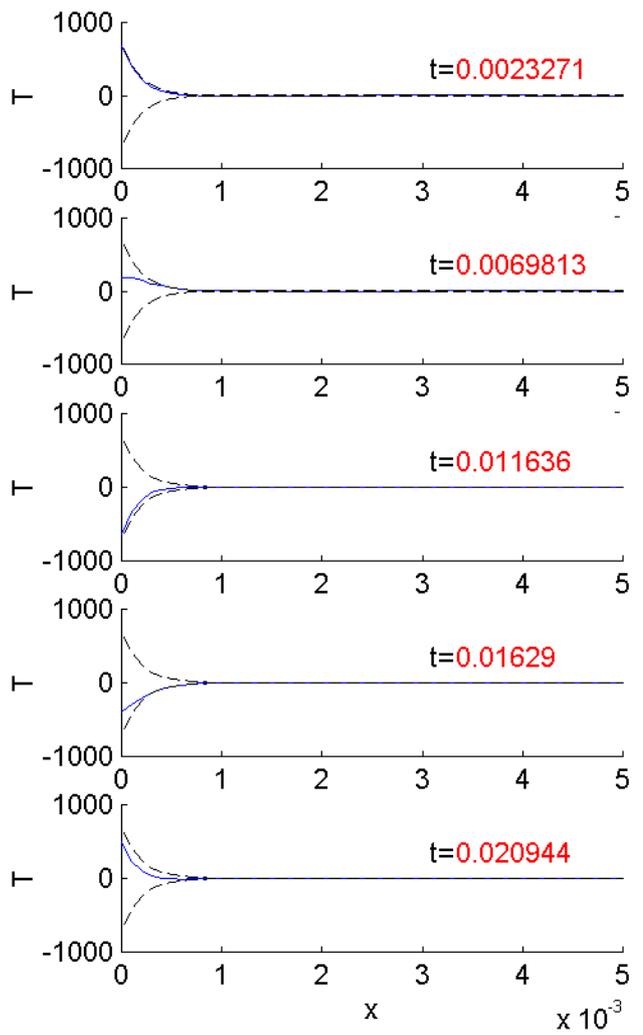
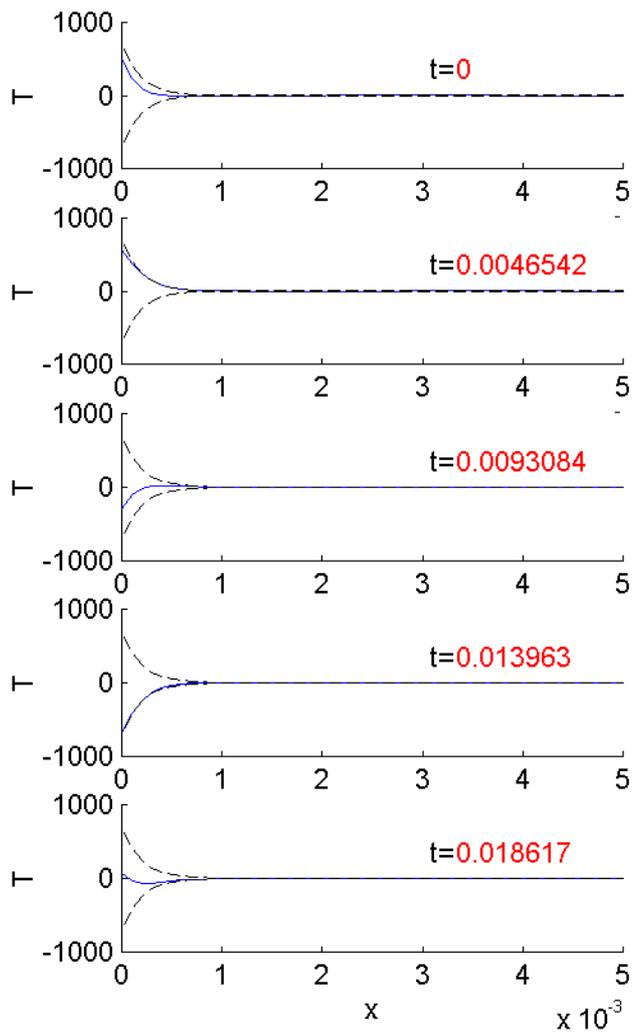
*Campo di temperatura nell'argento(99,9%)*



## *Campo di temperatura nell'alluminio*



*Campo di temperatura nell'acciaio (Cr 15%, NI 10%)*



## Conclusioni

La variazione di temperatura è localizzata sulla superficie del corpo e interessa una profondità dell'ordine dei mm. La profondità di materiale interessata dalla variazione di temperatura può essere variata modificando opportunamente i valori caratteristici del laser: frequenza e potenza massima.

In particolare con l'aumento della frequenza diminuisce la lunghezza di penetrazione infatti

$$X_{rif} = \sqrt{\frac{a}{\omega}} .$$

L'aumento di potenza invece non ha effetti sulla lunghezza di penetrazione perché  $X_{rif}$  non dipende dalla potenza massima del laser.

Gli effetti del materiale possono essere attribuiti principalmente alla conducibilità termica  $k$ , in quanto per i materiali solidi il prodotto  $\rho \cdot c$  può considerarsi all'incirca costante.

La diminuzione della conducibilità ha l'effetto di aumentare il salto massimo di temperatura alla superficie  $\left( \Delta T_{rif} \propto \frac{1}{\sqrt{k}} \right)$  e congiuntamente di aumentare la lunghezza di penetrazione  $\left( X_{rif} \propto \sqrt{k} \right)$ .

## Allegato A: Risoluzione del sistema di equazioni differenziali

Il sistema di equazioni lineare e non omogeneo

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$T(x, 0) = T_i$$

(1)

$$-k \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = \dot{q} \cos(\omega t)$$

$$T(\infty, t) = T_i$$

si può adimensionalizzare ponendo

$$\theta = \frac{T - T_i}{\Delta T_{rif}}$$

$$\xi = \frac{x}{X_{rif}}$$

$$\tau = t\omega$$

per ottenere il sistema di equazioni (2)

$$\frac{\omega}{a} \Delta T_{rif} \theta_\tau = \frac{\Delta T_{rif}}{X_{rif}^2} \theta_{\xi\xi}$$

$$\theta(\xi, 0) = 0$$

(2)

$$-k \frac{\Delta T_{rif}}{X_{rif}} \theta_\xi(0, \tau) = \dot{q} \cos \tau$$

$$\theta(\infty, \tau) = 0$$

Le grandezze  $\Delta T_{rif}$  e  $X_{rif}$ , che non sono suggerite dal sistema, vengono scelte per semplificare la forma delle equazioni; scegliamo allora:

$$X_{rif}^2 = \frac{a}{\omega} \Rightarrow X_{rif} = \sqrt{\frac{a}{\omega}}$$

$$\Delta T_{rif} = \frac{\dot{q}X_{rif}}{k} = \frac{\dot{q}\sqrt{\frac{a}{\omega}}}{k}$$

Il sistema di equazioni (2) diventa con le posizioni fatte:

$$\theta_{\xi\xi} = \theta_\tau$$

$$-\theta_\xi \Big|_{\xi=0} = \cos \tau \quad (2')$$

$$\theta(\xi, 0) = 0$$

$$\theta(\infty, \tau) = 0$$

Di questo sistema ricerchiamo la soluzione stazionaria. La non omogeneità è tipo armonico per cui è possibile usare il metodo di combinazione delle funzioni complesse. Il metodo consiste nel costruire un problema coniugato con una forzante in quadratura con quella del problema di partenza. Il problema coniugato è costituito dalle seguenti equazioni:

$$\theta_{\xi\xi}^* = \theta_\xi^*$$

$$-\theta_\xi^* \Big|_{\xi=0} = \sin \tau \quad (2'')$$

$$\theta^*(\xi, 0) = 0$$

$$\theta(\infty, \tau) = 0$$

La condizione iniziale è sovrabbondante in quanto la soluzione stazionaria non ne è influenzata. Consideriamo ora una nuova variabile

$$\psi(\xi, \tau) = \theta + i\theta^*$$

Il problema in termini di questa nuova variabile è:

$$\begin{aligned} \psi_{\xi\xi} &= \psi_{\tau} \\ -\psi_{\xi} \Big|_{\xi=0} &= e^{i\tau} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\psi(\infty, \tau) = 0$$

Ricerchiamo ora una soluzione del tipo:

$$\psi = X(\xi)T(\tau)$$

Perché la  $\psi = X(\xi)T(\tau)$  sia soluzione del sistema (3) deve essere

$$\frac{X''}{X}(\xi) = \frac{T'}{T}(\tau) = a + ib \quad (4)$$

L'uguaglianza tra il secondo e il terzo membro dell'equazione (4) porge la relazione:

$$T(\tau) = \exp((a + ib)\tau).$$

L'uguaglianza tra il primo e il terzo membro dell'equazione (4) porge la relazione:

$$X(\xi) = A_1 \exp(-\sqrt{a + ib}\xi) + A_2 \exp(+\sqrt{a + ib}\xi)$$

La BC (boundary condition) impone che la temperatura all'infinito sia finita; per questa ragione la parte divergente della  $X(\xi)$  non ha senso fisico per cui

$$A_2 = 0$$

La funzione  $\psi = X(\xi)T(\tau)$  è:

$$\psi(\xi, \tau) = A_1 \exp(-\sqrt{a + ib}\xi) \exp((a + ib)\tau).$$

La BC del II tipo sulla superficie libera del corpo impone che:

$$\begin{aligned} \psi_{\xi} \Big|_{\xi=0} &= e^{i\tau} \\ \psi_{\xi} \Big|_{\xi=0} &= A_1 (-\sqrt{a + ib}) \exp((a + ib)\tau) \end{aligned}$$

in altri termini deve essere:

$$A_1 (-\sqrt{a + ib}) \exp((a + ib)\tau) = e^{i\tau} \quad (5)$$

Perché l'uguaglianza sia verificata per ogni  $\tau$  deve essere:

$$b = 1$$

$$a = 0$$

$$A_1 \sqrt{i} = 1$$

ovvero  $A_1 = e^{-\frac{i\pi}{4}}$

Segue allora che:

$$\psi(\xi, \tau) = e^{-\frac{i\pi}{4}} \exp(-\sqrt{i}\xi) \exp(i\tau)$$

$$\psi(\xi, \tau) = e^{-i(\frac{\pi}{4}-\tau)} e^{(-\frac{\sqrt{2}}{2}(i+1))\xi} = e^{i(\tau-\frac{\pi}{4}-\frac{\sqrt{2}}{2}\xi)} e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\xi}$$

La funzione che ricerchiamo è

$$\theta = \text{Re} \psi$$

per cui:

$$\theta(\xi, \tau) = e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\xi} \cos\left(\tau - \frac{\sqrt{2}}{2}\xi - \frac{\pi}{4}\right)$$

Alla luce della soluzione si rende chiaro il significato dei parametri adimensionali  $X_{rif}$  e  $\Delta T_{rif}$ .

$X_{rif}$  è quel valore della lunghezza per il quale il salto massimo di temperatura viene all'incirca dimezzato, infatti:

$$\theta(1, \tau) = e^{-\frac{\sqrt{2}}{2} * 1} \cos\left(\tau - \frac{\sqrt{2}}{2} * 1 - \frac{\pi}{4}\right) \approx O\left(e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}\right) \approx 0.5$$

$\Delta T_{rif}$  è il salto di temperatura che si osserverebbe in una lastra di lunghezza  $X_{rif}$  investita da un

flusso  $\Delta T_{rif} = \frac{q}{k} * \sqrt{\frac{a}{\omega}}$  in condizioni stazionarie.

Riportando le grandezze in termini dimensionali:

$$\frac{T - T_i}{\Delta T_{rif}} = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{x}{X_{rif}}\right) e^{-\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{x}{X_{rif}}}$$

$$T(x, t) = T_i + \Delta T_{rif} \left[ \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{x}{\sqrt{\frac{a}{\omega}} \sqrt{2}}\right) e^{-x \sqrt{\frac{\omega}{2a}}}\right]$$

$$= T_i + \frac{\dot{q}}{k} \sqrt{\frac{a}{\omega}} \left[ \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4} - x \sqrt{\frac{\omega}{2a}}\right) e^{-x \sqrt{\frac{\omega}{2a}}}\right]$$

## Allegato B: Routine MATLAB®

```
% profilo dimensionale di temperatura
%
%
close all;
clear all;
qpunto=1e8;% qpunto è il valore massimo del flusso
omega=300; %omega è la pulsazione del flusso
a=1.665e-5; % a è la diffusività del materiale
k=61; % k è la conducibilità
%
X_rif=(a/omega)^(1/2);
deltaT_rif=qpunto*X_rif/k;
fine=0.003;
x=0:0.0001:fine;
i=1;
for t=0:(2*pi/omega)/9:2*pi/omega
    subplot(5,2,i)
    sol_cos=cos(t*omega-(2^-1/2)*x/X_rif - pi/4);
    sol_exp=exp(-(2^(-1/2))*x/X_rif);
    sol=deltaT_rif*(sol_exp.*sol_cos);
    hold on;
    plot(x,sol);
    plot(x,deltaT_rif*sol_exp,'k--',x,-deltaT_rif*sol_exp,'k--');
    str=num2str(t);
    text(2*fine/3,deltaT_rif/2,str,'color','r');
    text(4*fine/7,deltaT_rif/2,'t=');
    xlabel('x');
    ylabel('T')
    i=i+1;
end
hold off;
```