Prova scritta [A] di Trasmissione del Calore

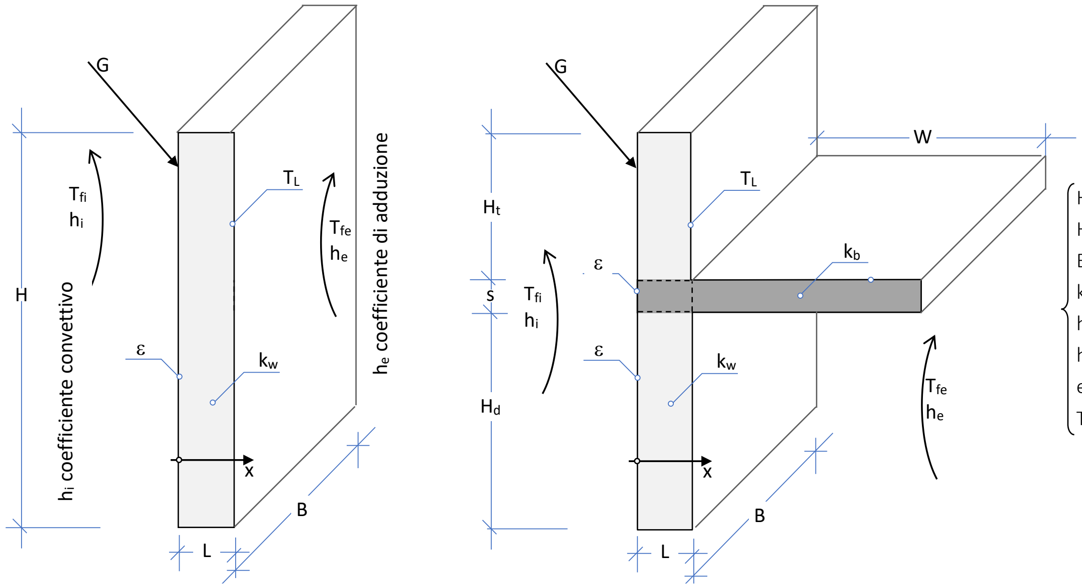
☐ siglare se non interessati a fare l'orale

13.06.2018

Prof. G. Cuccurullo

☐ DX ☐ SX fila N.______ col. N. ______

nome:	cognome:	matr.:



H_t = 1 m; H_d = 1.8 m; s = 0.2 m;
H = Ht+Hd+s = 3 m
B = 4 m; W = 1.6 m; L = 0.3 m;
k_b = 2 W/(m K); k_w = 1 W/(m K);
h_e = 20°C; T_{fi} = 20°C;
h_i = 8 W/(m^2 K);
ε = 0.6; G = 180 W/m^2;
T_L = -2.4°C;

Con riferimento alla parete di un edificio schematizzata in figura a sinistra, supponendo che le superfici siano grigie e lambertiane, si valutino in condizioni stazionarie:

parte 1	la temperatura della parete T_0 sulla faccia $x = 0$		°C
	la radiosità della parete sulla faccia ad $x = 0$		W/m^2
	il flusso convettivo attraverso la parete sulla faccia ad $x = 0$		W
	La x a cui la temperatura nella parete è 0°C		cm
	la temperatura T_{fe}		°C

Si pensa di innestare nella parete una soletta in cemento per realizzare una pensilina (campitura scura in figura a destra). Descrivendo la parte a sbalzo della soletta come un'aletta e ritenendo il flusso 1D attraverso la soletta stessa, determinare:

parte 2	la temperatura T_{0s} della soletta sulla faccia ad $x = 0$		°C
	la temperatura T_{Ls} della soletta sulla base della pensilina cioè ad $x = L$		°C
	la temperatura della soletta sull'estremo libero cioè ad $x = L + W$		°C
	il flusso convettivo attraverso la soletta sulla faccia ad $x = 0$		W
	la potenza termica dispersa attraverso la soletta		W

1. È lecito schematizzare la soletta come un'aletta? Spiegare ....
....
....
....

2. La soletta peggiora le dispersioni attraverso l'intera parete? Spiegare ....
....
....
....

Nota: la chiarezza e la pulizia dell'elaborato sono oggetto di valutazione e concorrono decisamente al voto finale

Prova scritta [B] di Trasmissione del Calore

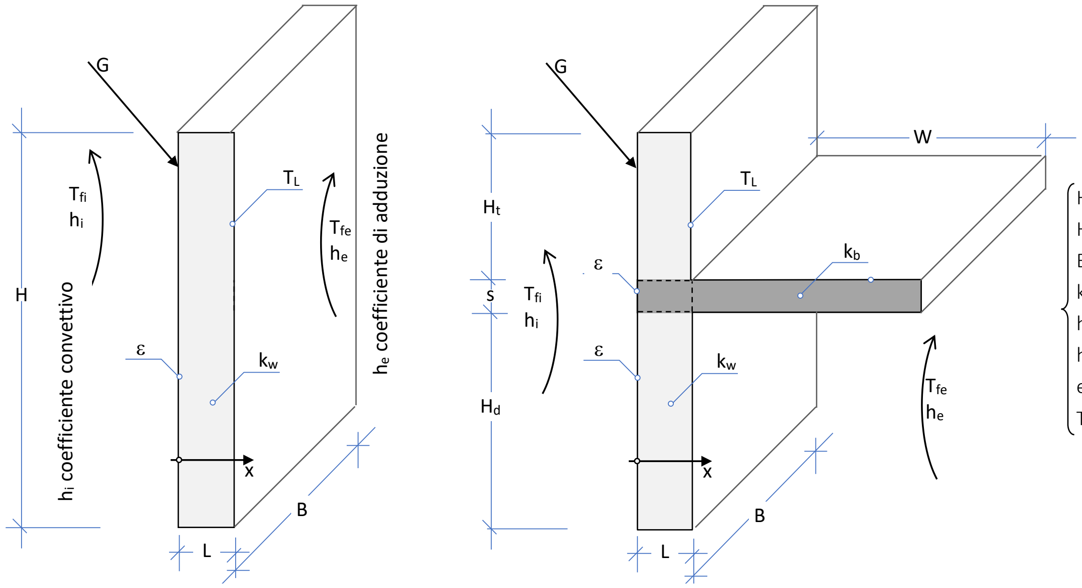
13.06.2018

Prof. G. Cuccurullo

☐ siglare se non interessati a fare l'orale

☐ DX ☐ SX fila N.______ col. N. ______

nome:	cognome:	matr.:



H_t = 1 m; H_d = 1.8 m; s = 0.2 m;
H = Ht+Hd+s = 3 m
B = 3.8 m; W = 1.6 m; L = 0.3 m;
k_b = 2 W/(m K); k_w = 1 W/(m K);
h_e = 20°C; T_{fi} = 24°C;
h_i = 8 W/(m^2 K);
ϵ = 0.6; G = 180 W/m^2;
T_L = -2.4°C;

Con riferimento alla parete di un edificio schematizzata in figura a sinistra, supponendo che le superfici siano grigie e lambertiane, si valutino in condizioni stazionarie:

parte 1	la temperatura della parete T_0 sulla faccia x = 0		°C
	la radiosità della parete sulla faccia ad x = 0		W/m^2
	il flusso convettivo attraverso la parete sulla faccia ad x = 0		W
	La x a cui la temperatura nella parete è 0°C		cm
	la temperatura T_{fe}		°C

Si pensa di innestare nella parete una soletta in cemento per realizzare una pensilina (campitura scura in figura a destra). Descrivendo la parte a sbalzo della soletta come un'aletta e ritenendo il flusso 1D attraverso la soletta stessa, determinare:

parte 2	la temperatura T_{0s} della soletta sulla faccia ad x = 0		°C
	la temperatura T_{Ls} della soletta sulla base della pensilina cioè ad $x = L$		°C
	la temperatura della soletta sull'estremo libero cioè ad $x = L + W$		°C
	il flusso convettivo attraverso la soletta sulla faccia ad x = 0		W
	la potenza termica dispersa attraverso la soletta		W

3. È lecito schematizzare la soletta come un'aletta? Spiegare ....

....

....

....

4. La soletta peggiora le dispersioni attraverso l'intera parete? Spiegare ....

....

....

....

Nota: la chiarezza e la pulizia dell'elaborato sono oggetto di valutazione e concorrono decisamente al voto finale

☐ siglare se non interessati a fare l'orale

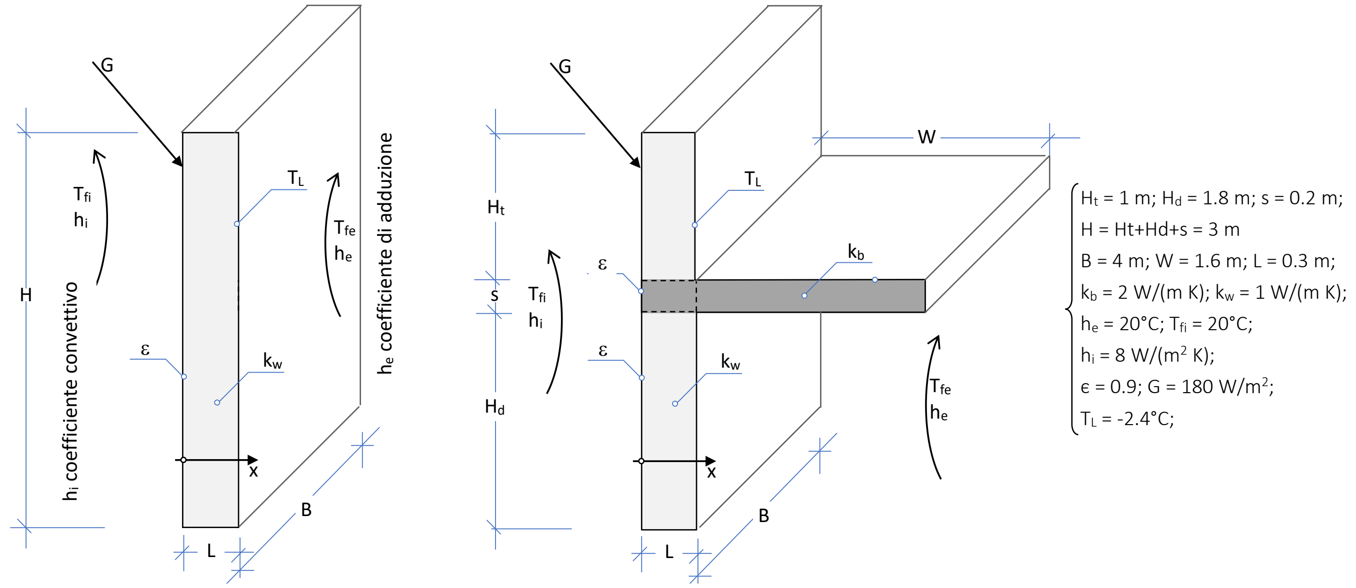
Prova scritta [C] di Trasmissione del Calore

13.06.2018

Prof. G. Cuccurullo

☐ DX ☐ SX fila N.______ col. N. ______

nome:	cognome:	matr.:



Con riferimento alla parete di un edificio schematizzata in figura a sinistra, supponendo che le superfici siano grigie e lambertiane, si valutino in condizioni stazionarie:

parte 1	la temperatura della parete T_0 sulla faccia $x = 0$		°C
	la radiosità della parete sulla faccia ad $x = 0$		W/m^2
	il flusso convettivo attraverso la parete sulla faccia ad $x = 0$		W
	La x a cui la temperatura nella parete è 0°C		cm
	la temperatura T_{fe}		°C

Si pensa di innestare nella parete una soletta in cemento per realizzare una pensilina (campitura scura in figura a destra). Descrivendo la parte a sbalzo della soletta come un'aletta e ritenendo il flusso 1D attraverso la soletta stessa, determinare:

parte 2	la temperatura T_{0s} della soletta sulla faccia ad $x = 0$		°C
	la temperatura T_{Ls} della soletta sulla base della pensilina cioè ad $x = L$		°C
	la temperatura della soletta sull'estremo libero cioè ad $x = L + W$		°C
	il flusso convettivo attraverso la soletta sulla faccia ad $x = 0$		W
	la potenza termica dispersa attraverso la soletta		W

5. È lecito schematizzare la soletta come un'aletta? Spiegare ....

....

....

....

6. La soletta peggiora le dispersioni attraverso l'intera parete? Spiegare ....

....

....

....

Nota: la chiarezza e la pulizia dell'elaborato sono oggetto di valutazione e concorrono decisamente al voto finale

Prova scritta [D] di Trasmissione del Calore

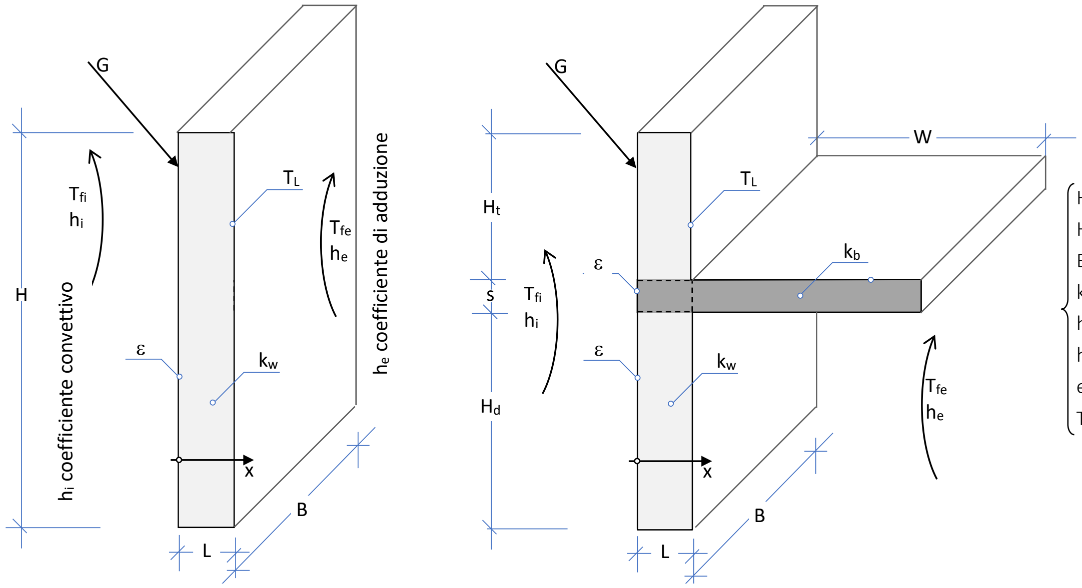
☐ siglare se non interessati a fare l'orale

13.06.2018

Prof. G. Cuccurullo

☐ DX ☐ SX   fila N.______ col. N. ______

nome:	cognome:	matr.:



H_t = 1 m; H_d = 1.8 m; s = 0.2 m;
H = Ht+Hd+s = 3 m
B = 4.2 m; W = 1.6 m; L = 0.3 m;
k_b = 2 W/(m K); k_w = 1 W/(m K);
h_e = 20°C; T_{fi} = 20°C;
h_i = 8 W/(m^2 K);
ε = 0.2; G = 180 W/m^2;
T_L = -2.4°C;

Con riferimento alla parete di un edificio schematizzata in figura a sinistra, supponendo che le superfici siano grigie e lambertiane, si valutino in condizioni stazionarie:

parte 1	la temperatura della parete T_0 sulla faccia $x = 0$		°C
	la radiosità della parete sulla faccia ad $x = 0$		W/m^2
	il flusso convettivo attraverso la parete sulla faccia ad $x = 0$		W
	La x a cui la temperatura nella parete è 0°C		cm
	la temperatura T_{fe}		°C

Si pensa di innestare nella parete una soletta in cemento per realizzare una pensilina (campitura scura in figura a destra). Descrivendo la parte a sbalzo della soletta come un'aletta e ritenendo il flusso 1D attraverso la soletta stessa, determinare:

parte 2	la temperatura T_{0s} della soletta sulla faccia ad $x = 0$		°C
	la temperatura T_{Ls} della soletta sulla base della pensilina cioè ad $x = L$		°C
	la temperatura della soletta sull'estremo libero cioè ad $x = L + W$		°C
	il flusso convettivo attraverso la soletta sulla faccia ad $x = 0$		W
	la potenza termica dispersa attraverso la soletta		W

7. È lecito schematizzare la soletta come un'aletta? Spiegare ....

....

....

....

8. La soletta peggiora le dispersioni attraverso l'intera parete? Spiegare ....

....

....

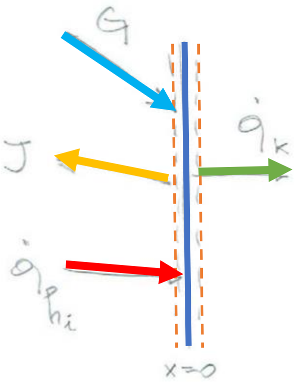
....

Nota: la chiarezza e la pulizia dell'elaborato sono oggetto di valutazione e concorrono decisamente al voto finale

Soluzione PROVA A 13.06.18 (1)

PARTE 1

Per determinare il profilo di temperatura nella lastra, e quindi i flussi in gioco, occorre stabilire due CONDIZIONI AL CONTORNO. Sulla faccia ad $x=L$ è nota la temperatura, mentre sulla faccia ad $x=0$ è data una condizione di tipo misto che prevede la coesistenza di scambio convettivo e radiativo. Quest'ultima vincola la temperatura $T_0 = T(x=0)$ ad un sol valore che, una volta determinato può fungere da cond. al contorno. In altri termini, il bilancio di energia sulla faccia ad $x=0$ si può esplicitare nell'unica incognita T_0; con riferimento allo schema a margine, il bilancio di energia può scriversi come:



$$\underbrace{G + \dot{q}_{hi}}_{\text{IN}} = \underbrace{\dot{q}_k + J}_{\text{OUT}} \qquad (1)$$

si noti che aver scritto l'eq. come sopra richiede che sia

1) $T_{fi} > T_0 \rightarrow$ in armonia con il verso di $\dot{q}_{hi}$

2) $T_0 > T_L \rightarrow$ in armonia con il verso di $\dot{q}_k$

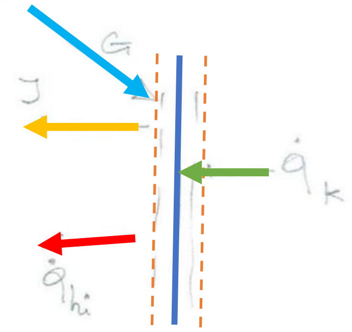
NOTA

le ipotesi di cui ai precedenti punti 1) e 2) non sono vincolanti per l'equazione che non muta le strutture qualora, arbitrariamente, si ipotizzi situazioni diverse. Ad esempio se

1') $T_{fi} < T_o$

2') $T_o < T_L$

lo schema diverrebbe



quindi in questo caso

$$\underbrace{\boxed{\dot{q}_k + G}}_{\text{IN}} = \underbrace{\boxed{J + \dot{q}_{hi}}}_{\text{OUT}} \qquad (2)$$

le (1) e la (2) non mutano allorché si vanno ad esplicitare le temperature; la (1) diverrebbe

$$G + h_i\,(T_{fi} - T_o) = J + \frac{T_o - T_L}{L/k} \qquad (1')$$

mentre la (2) si riscriverebbe come

$$\frac{T_L - T_o}{L/k} + G = J + h_i\,(T_o - T_{fi}) \qquad (2')$$

NOTA

Ricavando T_0 dalle (1') [OPPURE DALLA (2') !]
si ottiene

$$T_0 = 5°C \qquad (3)$$

dalla conoscenza di T_0 è immediato ottenere in cascata

$$J(x=0) = \epsilon\sigma(T_0+273.15)^4 + (1-\epsilon)G = 275{,}6\,\frac{W}{m^2} \qquad (4)$$

$$\dot{q}_{hi} = h_i\,(T_{fi}-T_0) = 120{,}2\,\frac{W}{m^2}\ ;\quad \dot{Q}_{hi} = \dot{q}_{hi}\; B\times H = 1442\,W \qquad (5)$$

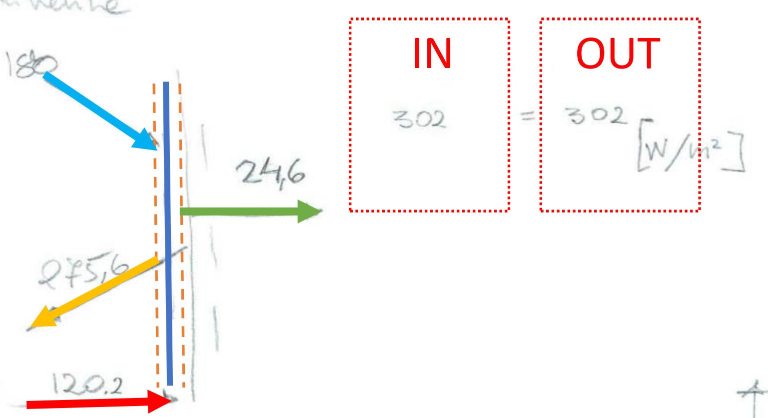
$$\dot{q}_k = \frac{T_0-T_L}{L/k} = 24{,}6\,\frac{W}{m^2}\ ;\quad \dot{Q}_k = \dot{q}_k\; B\times H = 295\,W \qquad (6)$$

NOTA

Vale la pena notare che essendo

$$T_{fi} = 20°C > T_0 = 5°C > T_L = -2{,}4°C$$

lo schema di pertinenza è il primo dei due precedentemente ipotizzati. Questo in termini numerici diventa



Il profilo di temperatura nella lastra può essere tracciato dal momento che sono ad ora note T_0 e T_L : $T(x) = T_0 + (T_L - T_0)\,x/L$ (7)

$\Rightarrow 0 = T_0 + (T_L - T_0)\,x/L \Rightarrow x(T=0) = 20{,}2$ cm

Infine, con riferimento all'interfaccia ad $x=L$, si può scrivere (essendo qui inglobato il radiativo e il conv.) (4

$$\dot{Q}_{h_e} = \dot{Q}_k \rightarrow h_e\,(T_L - T_{fe})\,B\,H = 295 \qquad (8)$$

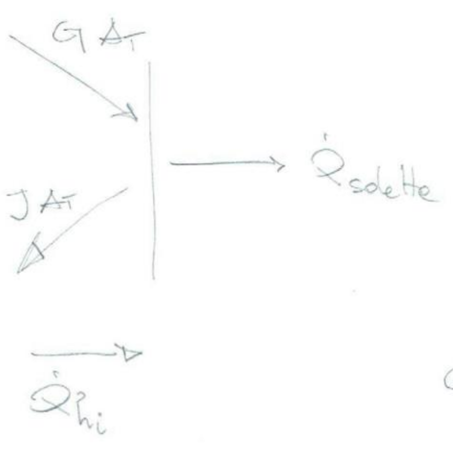
da cui $\quad T_{fe} = -3.6\,°C \qquad (9)$

PARTE 2

Ritenendo il flusso 1D attraverso le solette, può invocarsi l'analogia elettrica di seguito schematizzata

dove

- T_{os} temperatura delle solette ad $x=0$
- R_{ks} resistenza conduttiva delle solette nello spessore L
- R_{al} resistenza dell'alettatura



Detta A_T l'area trasversale delle solette $A_T = B \times s$, in analogia a quanto visto per l'eq. (1) può scriversi:

$$G\,A_T + \dot{Q}_{h_i} = \dot{Q}_{soletta} + J\,A_T \qquad (10)$$

la (10) può esplicitarsi rispetto all'incognita T_{os}:

$$G \cdot A_T + h_i A_T (T_{fi} - T_{os}) = \dot{Q}_{soletta} + J A_T \qquad (11)$$

per esplicitare $\dot{Q}_{solette}$ si considera che la lunghezza termica dell'aletta infinita corrispondente alle solette considerate (per la parte a sbalzo) è

$$L_\infty = \left(\frac{K_b A_T}{h_e P} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \quad 0{,}8}{20 \quad 8{,}4} \right)^{1/2} = 9{,}76 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\left(\frac{W}{\cancel{m} K} \frac{m^2}{W} \frac{m^2 \cancel{K}}{\cancel{m}} \right)^{1/2}$$

Pertanto la lunghezza adimensionale dell'aletta è: $W/L_\infty = 1{,}6 / 9{,}76 \cdot 100 = 16{,}4$

Un valore così elevato giustifica l'assunzione del modello di aletta infinita e fornisce la risposta $T_{solette}(x = L+W) = T_{fe} = -3{,}6$

D'altra parte, valutando il Biot trasversale risulta: $Bi_T \sim 1 = \sqrt{\frac{h_e A_T / P}{k_b}}$. Ciò consente di fornire la risposta aperta al I quesito: NON È APPROPRIATO USARE IL MODELLO DI ALETTA in quanto l'hp 1D non è rispettata.

Avendo concluso che può utilizzarsi (volendo come da traccia seguire il modello di aletta) il modello di aletta di lunghezza infinita, la resistenza che gli compete è: $R_{al} = \frac{1}{\sqrt{A_T h_e P k_b}} = 6{,}1 \cdot 10^{-2} \frac{K}{W}$ (12)

È invece immediato calcolare

$$R_{Ks} = \frac{L}{A_T k_b} = 0{,}1875 \frac{K}{W} \qquad (13)$$

Tenuto conto delle (12) e (13) la (11) diventa:

$$\left[G + h_i (T_{fi} - T_{os})\right] A_T = \frac{T_{os} - T_{fe}}{R_{Ks} + R_{al}} + J A_T$$

Risolvendo rispetto a T_{os} si ha

$$T_{os} = 3{,}8 \ °C$$

Può ora calcolarsi in cascata

$$\dot{Q}_{solette} = \frac{3{,}8 - (-3{,}6)}{6{,}1 \cdot 10^{-2} + 0{,}1875} = 29{,}9 \ W$$

$$\dot{Q}_{hi,\,solette} = A_T h_i (T_{fi} - T_{os}) = 103{,}6 \ W$$

$$T_{L\,solette} = R_{al} \dot{Q}_{solette} + T_{fe} = -1{,}8 \ °C$$

ovvero $T_{L\,solette} = T_{os} - \dot{Q}_{solette} R_{Ks} = -1.8 °C$

In relazione al II quesito aperto si può osservare che le dispersioni attraverso l'intera parete variano di poco in quanto:

1) l'area A_T è piccola rispetto ad $(H_d + H_t) B$
2) l'efficacia delle solette come alette è bassa essendo $\epsilon = \dot{Q}_{solette} / h_e A_T (T_L - T_{fe}) = 1{,}52$